Prénom, NOM,
SCIPER et signature

Examen de rhéologie (MSE-206) 2024
25 juin 2024, 9h15-12h15

Formulaire autorisé, pas d'autres documents
Calculette scientifique autorisée

4 problèmes indépendants – Répondez directement sur ce document

1 point de bonus pour la présentation (propreté, orthographe)

Problème 1. Semelle amortissante pour marathon (22 points/60)

Vous êtes embauché dans le labo d'application d'une entreprise de chaussures de sport, et on vous demande d'évaluer, de mettre en œuvre et de tester une nouvelle formulation d'élastomère biosourcé. Il s'agit d'exploiter le comportement viscoélastique de ce matériau afin de créer une couche amortissante qui sera insérée dans la semelle du champion du monde du marathon.

5 a) Pour caractériser le comportement de cet élastomère, vous effectuez dans un premier temps des tests de relaxation de la contrainte $\sigma(t)$ sur des échantillons du matériau soumis à une déformation constante ε_0. Vous obtenez les valeurs suivantes pour le module de relaxation $R(t) = \sigma(t)/\varepsilon_0$:

- $R(0) = 5.000$ MPa
- $R(0.1\ s) = 2.202$ MPa
- $R(0.5\ s) = 1.160$ MPa
- $R(5\ s) = 1.154$ MPa

Vous décidez de représenter l'élastomère avec un modèle SLSM. A partir de ces données expérimentales, déterminez les constantes des ressorts E_1 et E_2 et de l'amortisseur η, et les temps de relaxation τ_ε et de retard τ_σ.

Calculez à quelle fréquence f vous obtiendriez un amortissement maximum en cas de sollicitation harmonique.

Le module de relaxation du SLSM :

$$R(t) = \frac{E_1 E_2}{E_1+E_2}\left[1 + \frac{E_1}{E_2}\exp\{-t/\tau_\varepsilon\}\right] = E_R + R_V(t) \quad \text{où} \quad \tau_\varepsilon = \frac{\eta}{E_1+E_2}$$

On a : $t = 0$ $\quad R(0) \overset{0.5}{=} E_1 = 5$ MPa (module non relaxé)

$t = \infty$ $\quad R(\infty) = \frac{E_1E_2}{E_1+E_2} = E_R = 1{,}154$ MPa $\quad (= R(5s))$

d'où $\quad E_2 \overset{0.5}{=} \frac{E_1 E_R}{E_1 - E_R} = 1{,}5$ MPa 0.5 0.5

Pour trouver η on calcule τ_ε à partir de $R(0.1s) = 2.202$ MPa

$$R(0.1s) = E_R\left[1 + \frac{E_1}{E_2}\exp\left\{-\frac{0.1\,s}{\tau_\varepsilon}\right\}\right] = 2.202 \text{ MPa}$$

on trouve $\tau_\varepsilon = 0.0769$ s 0.5

d'où $\eta \overset{0.5}{=} \tau_\varepsilon (E_1 + E_2) = 0.5$ MPa, s 0.5

et le temps de retard $\tau_\sigma = \eta / E_2 = 0.333$ s 0.5

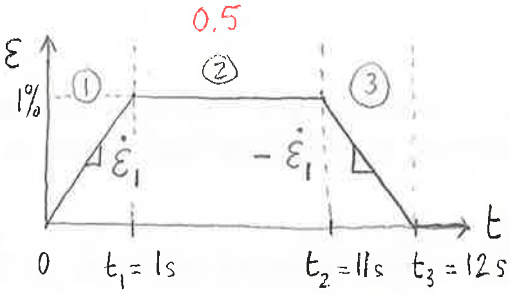
Pour calculer la fréquence f, on a l'amortissement $(\tan(\delta))$ maximum quand la pulsation $\omega = 1/\tau_\varepsilon = 13.00$ rad/s 0.5

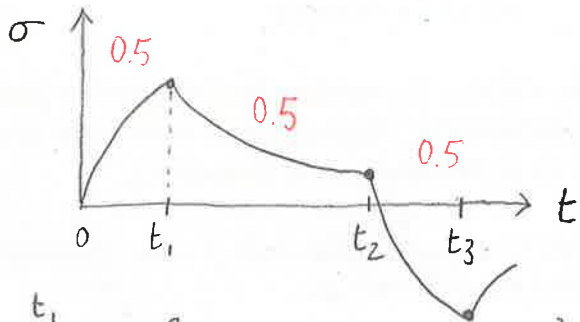
et $f = \omega / 2\pi = 2.069$ Hz 0.5

(11) b) Vous collez ensuite la couche amortissante à la semelle de la chaussure avec une presse, qui applique une déformation en compression contrôlée en trois étapes :

- déformation croissante de zéro à 1% en 1 s à vitesse de déformation constante,
- déformation constante de 1% pendant 10 s permettant à la colle rapide de prendre,
- retour à déformation nulle en 1 s à vitesse de déformation constante.

Dessinez schématiquement les profils de déformation et de contrainte pour cette opération. Écrivez ensuite les équations donnant la contrainte dans la couche amortissante au cours du temps pendant tout le cycle de collage, et calculez les valeurs de la contrainte à t = 1 s, t = 11 s et t = 12 s.





- $$\sigma(t_1) \overset{0.5}{=} \int_0^{t_1} R(t-\tau)\,\dot\varepsilon_1\, d\tau = \dot\varepsilon_1 \int_0^{t_1}\left[E_R + \frac{E_1^2}{E_1+E_2}\exp\left\{-(t_1-\tau)/\tau_\varepsilon\right\}\right] d\tau \quad 0.5$$

$$= \dot\varepsilon_1\left[E_R\tau + \frac{E_1^2\tau_\varepsilon}{E_1+E_2}\exp\left\{-(t_1-\tau)/\tau_\varepsilon\right\}\right]_0^{t_1} \quad 0.5$$

$$= \dot\varepsilon_1\left[E_R t_1 + \frac{E_1^2\tau_\varepsilon}{E_1+E_2}\left(1 - \exp\left\{-t_1/\tau_\varepsilon\right\}\right)\right] \quad 0.5$$

numériquement on trouve $\sigma(t_1) = 0.0145$ MPa 1

$(\dot\varepsilon_1 = 0.01/1 = 0.01\ s^{-1})$

$$\bullet\ \sigma(t_2 = 11\,s) = \int_0^{t_1} R(t_2-\tau)\,\dot\varepsilon_1\,d\tau + \int_{t_1}^{t_2} R(t_2-\tau)\times 0 \times d\tau \qquad 0.5 \quad 0.5$$

$$= \dot\varepsilon_1 \left[E_R\,\tau + \frac{E_1^2\,\tau_\varepsilon}{E_1+E_2}\exp\left\{-(t_2-\tau)/\tau_\varepsilon\right\}\right]_0^{t_1} \qquad 0.5$$

$$= \dot\varepsilon_1 \left[E_R\,t_1 + \frac{E_1^2\,\tau_\varepsilon}{E_1+E_2}\left(\exp\left\{-(t_2-t_1)/\tau_\varepsilon\right\} - \exp\left\{-t_2/\tau_\varepsilon\right\}\right)\right] \qquad 0.5$$

numériquement $\sigma(t_2) = 0.0115$ MPa 1

$$\bullet\ \sigma(t_3 = 12\,s) = \int_0^{t_1} R(t_3-\tau)\,\dot\varepsilon_1\,d\tau + \int_{t_1}^{t_2} R(t_3-\tau)\times 0 \times d\tau \qquad 0.5$$

$$+ \int_{t_2}^{t_3} R(t_3-\tau)\times(-\dot\varepsilon_1)\times d\tau \qquad 0.5$$

$$= \dot\varepsilon_1 \left[E_R\,\tau + \frac{E_1^2\,\tau_\varepsilon}{E_1+E_2}\exp\left\{-(t_3-\tau)/\tau_\varepsilon\right\}\right]_0^{t_1}$$

$$- \dot\varepsilon_1 \left[E_R\,\tau + \frac{E_1^2\,\tau_\varepsilon}{E_1+E_2}\exp\left\{-(t_3-\tau)/\tau_\varepsilon\right\}\right]_{t_2}^{t_3} \qquad 0.5$$

$$= \dot\varepsilon_1 \left[E_R\,t_1 + \frac{E_1^2\,\tau_\varepsilon}{E_1+E_2}\left(\exp\left\{-(t_3-t_1)/\tau_\varepsilon\right\} - \exp\left\{-t_3/\tau_\varepsilon\right\}\right) \ldots\right.$$

$$\left.\ldots - E_R\,(t_3-t_2) - \frac{E_1^2\,\tau_\varepsilon}{E_1+E_2}\left(1 - \exp\left\{-(t_3-t_2)/\tau_\varepsilon\right\}\right)\right]$$

$$= \dot\varepsilon_1 \left[E_R\,(t_1+t_2-t_3) + \frac{E_1^2\,\tau_\varepsilon}{E_1+E_2}\left(\exp\left\{-(t_3-t_1)/\tau_\varepsilon\right\} + \exp\left\{-(t_3-t_2)/\tau_\varepsilon\right\} - \exp\left\{-t_3/\tau_\varepsilon\right\} - 1\right)\right] \qquad 0.5$$

numériquement $\sigma(t_3) = -\,0.00296$ MPa (compression ✓) 1

3 c) A quel moment la contrainte est-elle la plus élevée ? Quelles solutions pourriez-vous proposer pour la diminuer et pourquoi ?

La contrainte est la plus élevée à la fin du premier chargement, soit au temps $t_1 = 1s$. 0.5

Pour diminuer cette contrainte il y a plusieurs options, qui pourraient être combinées :

1 – charger plus lentement ($\dot{\varepsilon}_1 \searrow$), ou optimiser le chemin de chargement via un calcul ;

1 – changer le matériau, en diminuant E_1 (et les autres paramètres E_2 et η via un calcul de $\sigma(t_1)$) ;

1 – si possible, réduire la déformation imposée de 1%.

(max. 3 pts)

3 d) Vous fabriquez une paire de chaussures amortissantes et les confiez au champion du monde du marathon qui va les tester. On considère que la course représente une sollicitation en contrainte cyclique de fréquence égale à 2 Hz. Le coureur pèse 65 kg, et la force maximale à l'impact est de 3 fois la force statique au repos (3 g). La couche amortissante a une épaisseur de 10 mm et elle est assimilée à un rectangle de largeur 8 cm et longueur 30 cm. Calculez l'énergie dissipée par le marathonien grâce à cette couche amortissante pendant tout le marathon, couru en 2 heures et 35 s (record du monde hommes).

L'énergie dissipée par cycle et par unité de volume :

$\Delta W_{cycle} = \pi \sigma_0^2 J''$ $[J/cycle/m^3]$ 0.5

où $J'' = \omega \tau_\sigma / (E_2 (1 + \omega^2 \tau_\sigma^2))$ pour un SLSM sous contrainte sinusoïdale

et $\sigma_0 = \frac{F}{S} = \frac{m\gamma}{L \times \ell} = \frac{m \alpha g}{L \times \ell}$ ($\alpha = 3$, $m = 65$ kg, $L = 0.3$ m, $\ell = 0.08$ m)

$\rightarrow \sigma_0 = 79{,}7$ kPa 0.5

la pulsation $\omega = 2\pi f$ où $f = 2$ Hz

la durée d de la course est de 2 h 35 s = 7235 s

le volume de matériau amortissant $v = L \times \ell \times h = 2.40\ 10^{-4}\ m^3$

d'où $\Delta W_{cycle} = 3005.26$ J/cycle/m³ 0.5

et finalement $\Delta W_{total} = \Delta W_{cycle} \times 2\ (\text{semelles}) \times f \times d \times v$

$$= 2\pi \times \left(\frac{m \alpha g}{L \times \ell}\right)^2 \times \frac{2\pi f^2 \tau_\sigma d v}{E_2\left(1 + (2\pi f \tau_\sigma)^2\right)} \quad 0.5$$

numériquement $\Delta W_{total} = 20873$ J 1

Problème 2. Filière d'injection convergente (12 points/60)

La filière d'un système de moulage par injection de matières plastiques est de géométrie convergente (canal conique, Figure 1). Sa longueur *L* est de 80 mm, son diamètre d'entrée, D_1, de 10 mm et celui de sortie, D_2, de 4 mm.

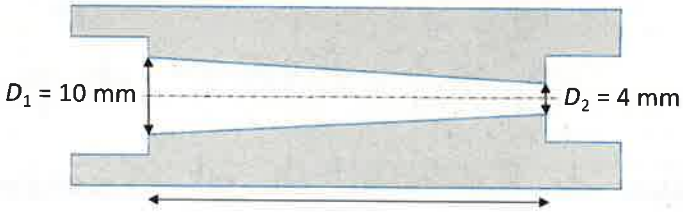


Figure 1. Schéma de la filière conique.

On pompe un polymère fondu à travers ce tube conique avec un débit de $1\cdot10^{-4}$ m^3/s et on désire calculer la chute de pression le long du tube. Le comportement du polymère suit une loi de puissance avec un exposant $n = 0.4$ et une consistance $\kappa = 25$ kPa·s^n. Pour cela, on procède en deux étapes :

2

a) On suppose d'abord que le rayon de la filière d'injection est constant. Calculez la chute de pression ΔP pour les deux cas, diamètre de 10 mm et diamètre de 4 mm.

Le débit d'un fluide non-Newtonien dans un tube de rayon R :

$$Q = \left(\frac{-dP/dx}{2K}\right)^{1/n} \times \left(\frac{\pi}{1/n + 3}\right) \times R^{1/n + 3} \quad 0.5$$

Le gradient de pression est constant : $\frac{dP}{dx} = \frac{\Delta P}{L}$, d'où :

$$\Delta P = \frac{2KQ^n L}{\left(\frac{\pi}{1/n+3}\right)^n R^{3n+1}} \quad 0.5$$

Application numérique :

$R_1 = 5$ mm : $\Delta P_1 = 14.51$ MPa $= 145.1$ bar 0.5

$R_2 = 2$ mm : $\Delta P_2 = 108.91$ MPa $= 1089.1$ bar 0.5

(2) b) Donnez les vitesses de cisaillement apparentes, $\dot{\gamma}_A$, et à la paroi, $\dot{\gamma}_W$. Est-il nécessaire d'utiliser la correction de Rabinowitsch si on veut estimer la viscosité du polymère ?

On a : $\dot{\gamma}_A = \frac{4Q}{\pi R^3}$ et $\dot{\gamma}_W = \frac{3n+1}{4n} \dot{\gamma}_A = 1.38\ \dot{\gamma}_A$ 0.5

numériquement : $\dot{\gamma}_A(R_1) = 1019\ s^{-1}$ et $\dot{\gamma}_W(R_1) = 1401\ s^{-1}$ 0.5

$\dot{\gamma}_A(R_2) = 15915\ s^{-1}$ et $\dot{\gamma}_W(R_2) = 21884\ s^{-1}$ 0.5

Oui, la correction de Rabinowitsch est nécessaire sinon on fait une erreur d'environ 40%. 0.5

(8) c) On considère maintenant la filière conique. Montrez que la différence de pression s'écrit :

$$\Delta P = -\frac{2\tau_1}{3n\tan(\theta)}\left[\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{3n} - 1\right]$$

où R_1 et R_2 sont les rayons d'entrée et de sortie du tube, τ_1 est la contrainte de cisaillement à l'entrée du tube, θ est l'angle de fuite, tel que $\tan(\theta) = dR/dL$ et n est l'exposant de la loi de puissance. Pour trouver cette relation, on assimile le canal à une succession infinitésimale d'écoulements de Poiseuille sur des longueurs dL, qu'on intègre ensuite sur toute la longueur de la filière. Calculez la valeur de ΔP. Comment se compare-t-elle aux valeurs trouvées à la question a) ?

Le comportement du polymère suit une loi de puissance :

$\tau = K\dot{\gamma}^n = \eta\dot{\gamma}$ donc $\eta = K\dot{\gamma}^{n-1}$ 1

On considère un élément de longueur dL, et on considère qu'il est cylindrique, de rayon R. L'équilibre des forces de pression et de cisaillement donne :

$\tau = \frac{dP}{dL} \times \frac{R}{2} = K\dot{\gamma}^n$ et $\dot{\gamma}_W = \frac{3n+1}{4n} \frac{4Q}{\pi R^3}$ 1

d'où $dP = \frac{2K}{R^{3n+1}}\left(\frac{Q}{\pi}\right)^n\left(\frac{3n+1}{n}\right)^n dL$ [1] 1

On utilise maintenant la relation géométrique entre dL et dR en utilisant l'angle θ de la filière convergente :

$$dL = dR/\tan(\theta) \quad [2]$$

On remplace la relation [2] dans l'équation [1] ce qui donne une relation différentielle entre la pression et le rayon du canal, qu'on intègre du petit au grand rayon :

$$\int_{P_1}^{P_2} dP = \frac{2K}{\tan(\theta)} \left(\frac{Q}{\pi}\right)^n \left(\frac{3n+1}{n}\right)^n \int_{R_1}^{R_2} \frac{dR}{R^{3n+1}} \quad 1$$

L'intégration aboutit à :

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \frac{2K}{3n\tan(\theta)} \left(\frac{Q}{\pi}\right)^n \left(\frac{3n+1}{n}\right)^n \left(\frac{1}{R_1^{3n}} - \frac{1}{R_2^{3n}}\right) \quad 1$$

On remplace le débit Q par son expression en fonction de la vitesse de cisaillement à la grande extrémité du canal, et on trouve la chute de pression dans un canal conique :

$$\Delta P = -\frac{2\tau_1}{3n\tan(\theta)} \left[\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{3n} - 1\right]$$

numériquement :

l'angle de fuite : $\tan(\theta) = \dfrac{R_1 - R_2}{L} = 0.038$

la contrainte $\tau_1 = 0.453$ MPa 1

et $\Delta P = 40.36$ MPa $= 403.6$ bar (en valeur absolue) 1

On constate que cette valeur tombe entre les deux valeurs trouvées précédemment, ce qui somme toute parait logique. 1

Problème 3. Écoulement de suspensions de zircone (16 points/60)

On considère deux suspensions de particules de zircone ZrO_2 monodisperses dans le même fluide Newtonien de viscosité 0.2 Pa.s à une température T = 25°C. Ce type de suspension est utilisée pour des composites dentaires. La concentration ϕ et le diamètre d des particules sont :

- Suspension 1 : ϕ_1 = 40%, d_1 = 12 nm
- Suspension 2 : ϕ_2 = 5%, d_2 = 25 µm

On donne par ailleurs les densités du fluide ρ_f = 1 g/cm³ et de la zircone ρ_z = 5.68 g/cm³, et la constante de Boltzmann $k = 1.381 \cdot 10^{-23}$ JK⁻¹.

3 a) Calculez l'augmentation relative de la viscosité due aux particules dans les deux cas. Précisez de quel type de suspension il s'agit.

- suspension 1 : colloïdale concentrée 0.5

$$\eta_1 = \eta_0 \left(1 - \phi_1/\phi_{max}\right)^{-2.5\,\phi_{max}} \quad 0.5$$

où $\eta_0 = 0.2$ Pa.s et $\phi_{max} = 0.60$ (on peut prendre $0.56 < \phi_{max} < 0.64$)

on trouve $\eta_1 = 1.04$ Pa.s

Soit $\eta_{1,rel} = \eta_1/\eta_0 = 5.196$ 0.5

- Suspension 2 : macroscopique semi-concentrée 0.5

$$\eta_2 = \eta_0 \left(1 + 2.5\,\phi_2 + 5.2\,\phi_2^2\right) = 0.228 \text{ Pa.s} \quad 0.5$$

et $\eta_{2,rel} = \eta_2/\eta_0 = 1.138$ 0.5

(N.B. on pourrait prendre $k_H = 7.6$ au lieu de 5.2)

4 b) Etablissez la liste des interactions susceptibles d'être présentes dans une suspension en général. Soyez exhaustif ! Précisez les interactions les plus importantes pour chacune des deux suspensions en mentionnant pour chacune si elles sont attractives ou répulsives.

Interaction *	#1 (Colloïdale)	#2 (macrosc.)
1) sphères dures	—	—
2) répulsion stérique	—	
3) déplétion : uniquement suspensions polydisperses		
4) mvt. Brownien	—	
5) Van der Waals	+	
6) Hydrodynamique (attractives ou répulsives selon φ)	+/—	+/—
7) Électrostatiques	—	

0.5 / interaction et signe +/-

(*) "—" répulsive et "+" attractive

max. 4 pts

3 c) On injecte ces suspensions à l'aide d'une seringue, correspondant à un écoulement de Poiseuille avec vitesse du fluide nulle à la paroi dans une conduite cylindrique de longueur L et diamètre D comme montré à la Figure 2. Dessinez sur la figure l'allure du profil de la vitesse $u_x(r)$ au sein de la suspension pour les cas Newtonien, rhéofluidifiant, et rhéoépaississant (on néglige l'effet des forces électrostatiques et on considère que la distribution des particules reste homogène).

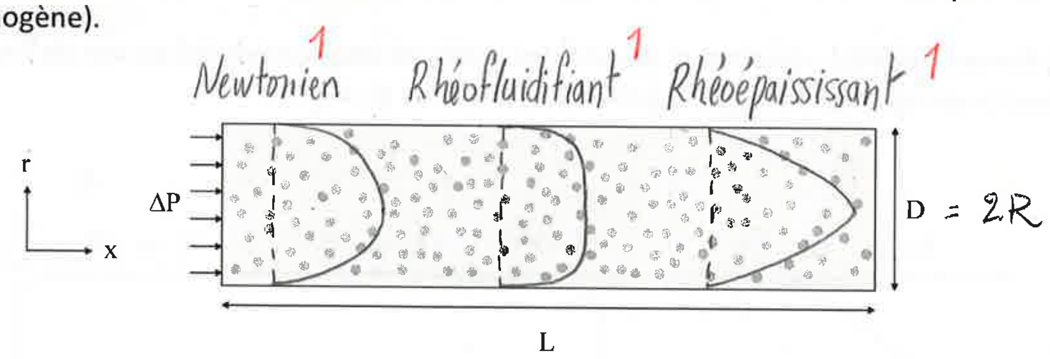


Figure 2. Géométrie de l'écoulement des suspensions.

(3) d) Déterminez l'expression du taux de cisaillement $\dot{\gamma}(r)$ au sein de l'écoulement pour un fluide Newtonien, et pour un fluide de type loi de puissance d'exposant n. Que pouvez vous dire sur le taux de cisaillement à la paroi dans ces différents cas ?

- fluide Newtonien : $u_x(r) = -\frac{\Delta P}{L} \times \frac{1}{4\eta}(R^2 - r^2)$ 0.5

et $\dot{\gamma}(r) = \frac{\partial u_x(r)}{\partial r} = -\frac{\Delta P}{L} \times \frac{1}{4\eta} \times (-2r) = \frac{\Delta P}{2\eta L} \times r$ linéaire ✓ 0.5

à la paroi $(r = R)$ on a le taux apparent $\dot{\gamma}_A = \frac{\Delta P\, R}{2\eta L}$ 0.5

- fluide loi de puissance : $u_x(r) = \frac{(-\Delta P / 2KL)^{1/n}}{1/n + 1}\left(R^{1/n+1} - r^{1/n+1}\right)$ 0.5

$\dot{\gamma}(r) = \frac{\partial u_x(r)}{\partial r} = \frac{(-\Delta P/2KL)^{1/n}}{1/n + 1}\left(-\left(\frac{1}{n}+1\right) r^{1/n}\right) = -\left(\frac{-\Delta P\, r}{2KL}\right)^{1/n}$ 0.5

(le signe '−' est une convention)

Si le fluide est rhéofluidifiant, $n < 1$ donc $1/n > 1$ et $\dot{\gamma}_w > \dot{\gamma}_A$

à l'inverse, si le fluide est rhéoépaississant, 0.5

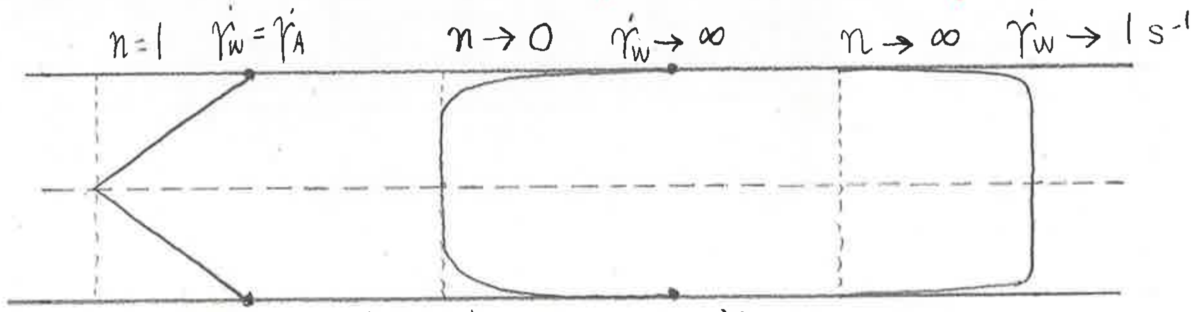
$n > 1$ donc $1/n < 1$ et $\dot{\gamma}_w < \dot{\gamma}_A$

On retrouve cela avec la correction de Rabinowitsch :

$\dot{\gamma}_w = \left(\frac{3n+1}{4n}\right)\dot{\gamma}_A$ (et une relation entre K et η)

(3) e) Bonus (3 points) : dessinez ci-dessous les profils de cisaillement $\dot{\gamma}(r)$ au sein de l'écoulement dans la seringue de diamètre D pour $n = 1$, $n \to 0$ et $n \to \infty$

1 1 1



N.B. : les profils de $|\dot{\gamma}(r)|$ sont représentés

3

e) Quel peut être l'effet de l'écoulement sur ces deux suspensions ? On suppose que le taux de cisaillement moyen est de 100 s^{-1} dans les deux cas. Estimez par un rapport si cet effet pourrait vaincre la tendance à l'homogénéité. Par ailleurs, que pourrait il se passer si on stoppe l'écoulement pour une longue durée et pourquoi ?

Le rapport en question est le nombre de péclet :

$Pe = \frac{6\pi\eta\dot{\gamma}a^3}{kT}$ où $\dot{\gamma} = 100 s^{-1}$ et a est le diamètre des particules

- Suspension 1 : $Pe_1 = 0.91$ 0.5, ce qui est très proche de 1, et par conséquent l'énergie de convection (visqueuse) est équivalente à l'énergie thermique (kT). La première est déterminée par les forces hydrodynamiques (attractives ou répulsives selon le type d'écoulement) et la seconde par la diffusion répulsive de type Brownien. Au total la suspension reste homogène avec des particules plutôt bien dispersées. 0.5

- Suspension 2 : $Pe_2 = 1.63\ 10^9 \gg 1$ 0.5. Dans ce cas les interactions hydrodynamiques dominent très largement l'écoulement et la diffusion Brownienne est négligeable. On ne peut alors pas conclure quant à l'homogénéité de cette suspension, les particules pouvant s'agglomérer ou pas selon leur concentration et le type d'écoulement imposé. 0.5

Si on stoppe l'écoulement pour une longue durée les particules de zircone très denses vont sédimenter, avec un temps donné en 1ère approximation par l'équilibre des forces agissant sur les particules (cf. l'exemple de la bille tombant dans de l'huile où le temps $t = 9\eta d/((\rho_b - \rho_f) \times 2gr^2)$, soit 21 min pour une particule de 25 µm (suspension 2), et 173 ans (!) pour une particule de 12 nm (suspension 1). 1

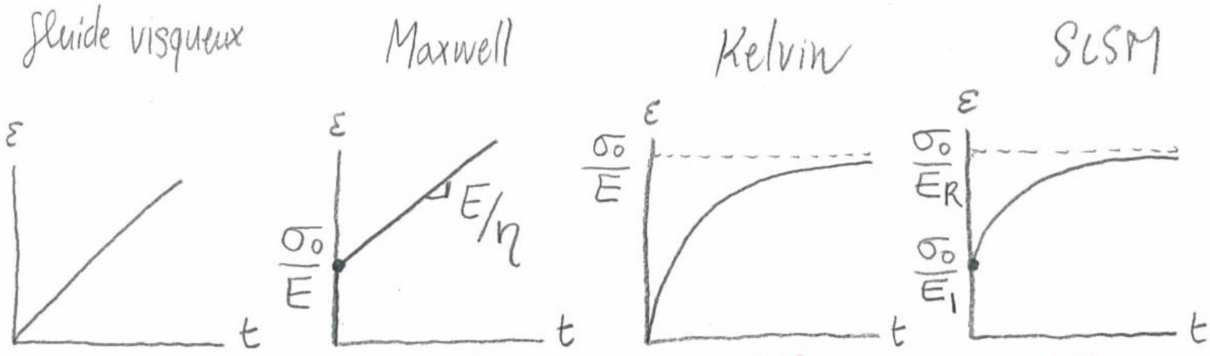
Problème 4. Cinq questions diverses (2 points/60 pour chaque question)

(2) a) Citez 2 matériaux viscoélastiques ou phénomènes rhéologiques que vous avez rencontrés dans votre vie quotidienne, en expliquant brièvement le comportement de chacun.

- dentifrice 0.5, fluide à seuil donc à la fois solide et liquide 0.5
- haribo 0.5, solide viscoélastique 0.5
- suspension de maïzena 0.5, fluide rhéoépaississant 0.5
- yaourt 0.5, fluide thixotrope 0.5

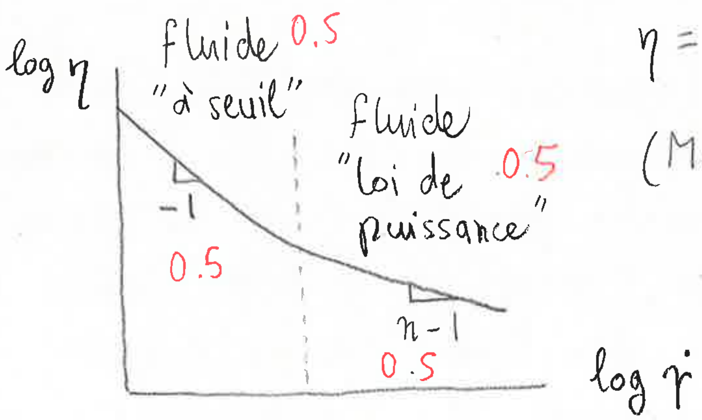
--- max. 2 points

(2) b) Dessinez la déformation en fluage au cours du temps pour un fluide visqueux et pour les solides de Maxwell, de Kelvin et SLSM sous contrainte constante.



0.5 0.5 0.5 0.5

(2) d) Dessinez la courbe donnant la viscosité en fonction du taux de cisaillement pour un fluide à contrainte seuil non-Newtonien en expliquant brièvement les différents régimes.



$$\eta = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + K\dot{\gamma}^{n-1} \quad \text{si } \tau > \tau_0$$

(Modèle de Herschel - Bulkley)

0.5

max. 2 pts.

2 e) A quoi servent les équations de Colebrook et de Haaland (données dans le formulaire) ?

Ces deux équations permettent de calculer le frottement f à partir 0.5 duquel on calcule la chute de pression 0.5 pour l'écoulement d'un fluide dans une conduite avec une rugosité 0.5 et un diamètre connus, en fonction du nombre de Reynolds Re_D et donc du débit. 0.5

L'équation de Colebrook est implicite et difficile à résoudre ; l'équation de Haaland est une approximation explicite.

2 f) Dessinez la microstructure du chocolat en nommant les différentes phases qui le constituent, et expliquez brièvement le rôle de chacune des phases sur la rhéologie du chocolat fondu.

1

grain de cacao (solide)

cristal de sucre (solide)

particule de lait (solide)

Ces phases solides sont 0.5 les particules en suspension, concentrées et présentant des interactions multiples, donnant lieu à l'effet de Farris des suspensions polydisperses (forte diminution de viscosité selon la composition).

matrice de beurre de cacao, semi solide ($T_f \sim 35°C$), c'est le solvant de viscosité η_0 0.5